応用材料強度学　テスト問題解答

1．薄い平板が面内に外力を受けて，応力σ_x=100MPa，σ_y=50MPa が作用するとき，ひずみ成分ε_xとε_yを求めよ．ただし，材料の縦弾性係数およびポアソン比をそれぞれ 200GPa と 0.3 とする．(10 点)

(解)　縦弾性係数を E，ポアソン比を ν とすれば，2 次元の Hooke の法則によってひずみ成分が次のように計算できる．

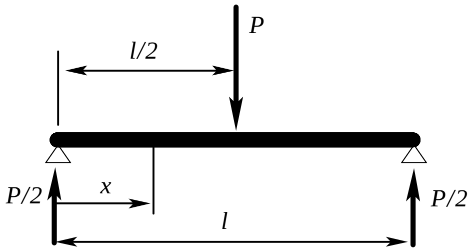
$$\varepsilon_x = \tfrac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) = \frac{1}{200\times10^3}(100-0.3\times50) = 4.25\times10^{-4}$$

$$\varepsilon_y = \tfrac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) = \frac{1}{200\times10^3}(50-0.3\times100) = 1.00\times10^{-4}$$

2．長さ l の単純支持はりの中央に集中荷重 P が作用するときのたわみを導出しなさい．また，一辺 a=30mm の正方形断面をもつ長さ l =50cm のはりの中央に P=1kN 作用するときの最大たわみを計算しなさい．なお，はりの縦弾性係数 E=206GPa とする．(30 点)

(解)　題意より，曲げモーメントは

$$M_x = \frac{Px}{2}$$



となる．したがって，たわみ曲線は

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI} = -\frac{Px}{2EI}$$

ここで，E と I はそれぞれ縦弾性係数と断面２次モーメントを表す．これを２回積分して

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{Px^2}{4EI} + C_1$$

$$y = -\frac{Px^3}{12EI} + C_1x + C_2$$

を得る．境界条件 x=0 のとき y=0 および x=l/2 のとき dy/dx=0 によって

$$C_1 = \frac{Pl^2}{16EI} \quad , C_2 = 0$$

したがって，次式を得る．

$$y = \frac{Px}{48EI}(3l^2 - 4x^2)$$

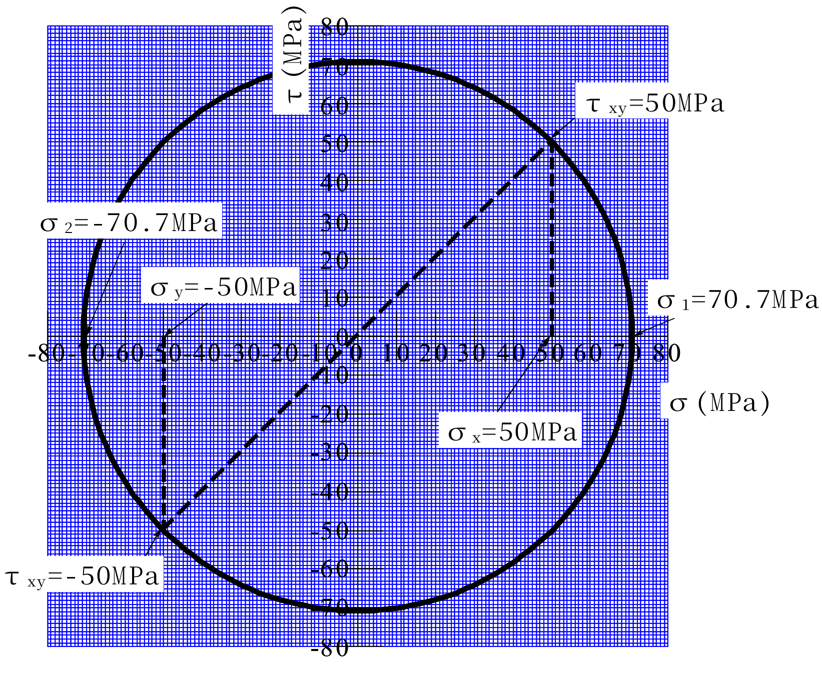
x=l/2 のとき，たわみは最大となる．

$$y_{\max} = y_{x=l/2} = \frac{Pl^3}{48EI} = \frac{10^3\times500^3}{48\times206\times10^3\times\frac{30^4}{12}} = 0.187\text{mm}$$

3．材料に互いに直角な引張応力 50MPa と圧縮応力 50MPa を生じており，さらにせん断応力 50MPa を生じている．この応力状態におけるモールの応力円を描き，モールの応力円から主応力の大きさを求めよ．(20 点)

(解)　モールの応力円は次のようになる．
したがって，図から主応力の大きさは

$$\sigma_1 = 70.7\text{MPa},\ \sigma_2 = \text{-}70.7\text{MPa}$$



4．600N･mのねじりモーメントが作用する丸棒がある．軸の許容せん断応力を 40MPa として軸径を求めよ．(10 点)

（解）ねじりモーメントを T，丸棒の直径を d とすれば，軸に生じる最大せん断応力は

$$\tau_{\mathrm{max}} = \frac{16T}{\pi d^3} \leq \tau_{\mathrm{a}} = 40\mathrm{MPa}$$

$$\therefore\ d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi \tau_a}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 600 \times 10^3}{\pi \times 40}} = 42.4\mathrm{mm}$$

5．単軸引張りのときの降伏応力が σ_y＝180MPa の軟鋼材がある．主応力が σ_1＝300MPa，σ_2＝200MPa，σ_3＝100MPa のとき，トレスカおよびミーゼスの降伏条件で降伏するかどうか検討しなさい．さらに，この応力に静水圧 p＝100MPa が加わった場合にはどうなるか検討しなさい．(20 点)

（解）トレスカの降伏条件は

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 300 - 100 = 200\mathrm{MPa} \geq \sigma_{\mathrm{y}} = 180\mathrm{MPa}$$

したがって，軟鋼材は降伏する．

ミーゼスの降伏条件は

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2}\left\{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right\}} = 173.2\mathrm{MPa} \leq \sigma_{\mathrm{y}} = 180\mathrm{MPa}$$

したがって，軟鋼材は降伏しない．

トレスカとミーゼスの降伏条件は，静水圧に影響されない．したがって，トレスカの降伏条件では降伏するが，ミーゼスの降伏条件では，降伏しない．

6．長さ 5m，直径 50mm の軟鋼製円柱の座屈強さを求めよ．ただし，軟鋼の縦弾性係数を 210GPa とし，柱は一端自由端，他端固定端とする．(10 点)

（解）オイラーの式により，座屈強さは

$$\sigma = \frac{\pi^2}{4}\frac{E}{(l/k)^2} = \frac{\pi^2}{4} \times \frac{210 \times 10^3}{400^2} = 3..24\mathrm{MPa}$$

ここで，細長比は

$$\frac{l}{k} = \frac{l}{\sqrt{\frac{I}{A}}} = \frac{l}{\sqrt{\frac{\frac{\pi}{64}d^4}{\frac{\pi}{4}d^2}}} = \frac{l}{\frac{d}{4}} = \frac{5000}{\frac{50}{4}} = 400$$